Entrainement 01

Donner le résultat sous la forme la plus simple possible :

$A = \sqrt{18} + 5\sqrt{8} - \sqrt{200}$

$B = |-\pi + 4| + 2|\pi - 5|$

$C = -\dfrac{34}{15} - \dfrac{7}{30}$

$D = \dfrac{5}{\sqrt{7} - 1}$

$E = \dfrac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$

$F = \sqrt{\sqrt{17} + 1} \times \sqrt{\sqrt{17} - 1}$

$G = \sqrt{\dfrac{2}{3}} \times \sqrt{150}$

$H = \dfrac{1}{\sqrt{5} + 1} - \dfrac{1}{\sqrt{5} - 1}$

Corrigé

• $A = \sqrt{18} + 5\sqrt{8} - \sqrt{200}$

$= \sqrt{9 \times 2} + 5 \times \sqrt{4 \times 2} - \sqrt{100 \times 2}$

$= \sqrt{9} \times \sqrt{2} + 5 \times \sqrt{4} \times \sqrt{2} - \sqrt{100} \times \sqrt{2}$

$= \sqrt{3^2} \times \sqrt{2} + 5 \times \sqrt{2^2} \times \sqrt{2} - \sqrt{10^2} \times \sqrt{2}$

$= 3 \times \sqrt{2} + 5 \times 2 \times \sqrt{2} - 10 \times \sqrt{2}$

$= 3\sqrt{2} + 10\sqrt{2} - 10\sqrt{2}$

$= \mathbf{3\sqrt{2}}$

• $B = |-\pi + 4| + 2|\pi - 5|$

$\pi \approx 3{,}1416$ donc $-\pi + 4 > 0$ et $\pi - 5 < 0$;

par conséquent :

$|-\pi + 4| = -\pi + 4$

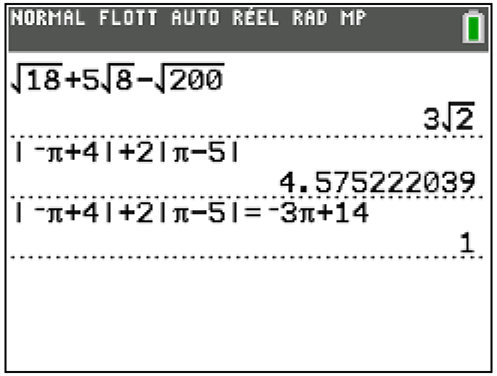
$|\pi - 5| = -(\pi - 5) = -\pi + 5$

Donc :

$B = -\pi + 4 + 2(-\pi + 5)$

$= -\pi + 4 - 2\pi + 10$

$= \mathbf{-3\pi + 14}$



• $C = -\dfrac{34}{15} - \dfrac{7}{30}$

$= \dfrac{-34}{15} - \dfrac{7}{30}$

$= \dfrac{(-34) \times 2}{15 \times 2} - \dfrac{7}{30}$

$= \dfrac{-68}{30} - \dfrac{7}{30}$

$= \dfrac{-68 - 7}{30}$

$= \dfrac{-75}{30}$

$= -\dfrac{\cancel{15} \times 5}{\cancel{15} \times 2}$

$= -\dfrac{\mathbf{5}}{\mathbf{2}}$

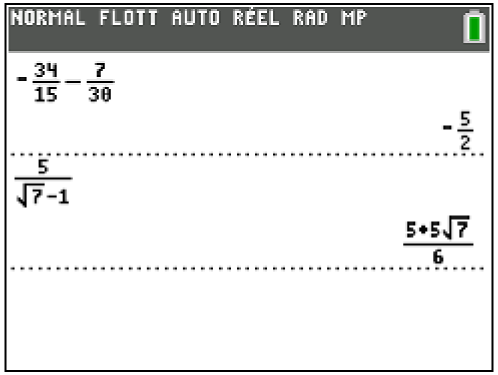
• $D = \dfrac{5}{\sqrt{7} - 1}$

$= \dfrac{5 \times (\sqrt{7} + 1)}{(\sqrt{7} - 1) \times (\sqrt{7} + 1)}$

$= \dfrac{5\sqrt{7} + 5}{(\sqrt{7})^2 - (1)^2}$

$$= \frac{5\sqrt{7}+5}{7-1}$$

$$= \mathbf{\frac{5\sqrt{7}+5}{6}}$$



• $E = \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$

$$= \frac{1 \times (\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(\sqrt{3}-\sqrt{2}) \times (\sqrt{3}+\sqrt{2})}$$

$$= \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{(\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2}$$

$$= \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{3-2}$$

$$= \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{1}$$

$$= \mathbf{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$$

• $F = \sqrt{\sqrt{17}+1} \times \sqrt{\sqrt{17}-1}$

$$= \sqrt{(\sqrt{17}+1) \times (\sqrt{17}-1)}$$

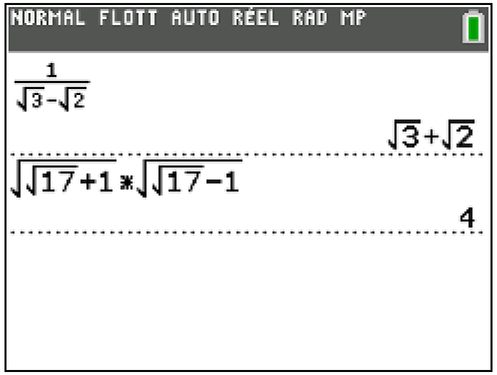
$$= \sqrt{(\sqrt{17})^2-(1)^2}$$

$$= \sqrt{17-1}$$

$$= \sqrt{16}$$

$$= \sqrt{4^2}$$

$$= \mathbf{4}$$



• $G = \sqrt{\frac{2}{3}} \times \sqrt{150}$

$$= \sqrt{\frac{2}{3} \times 150}$$

$$= \sqrt{\frac{2 \times 150}{3}}$$

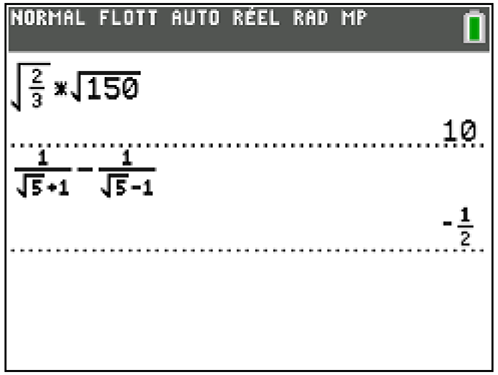
$$= \sqrt{\frac{2 \times 3 \times 50}{3 \times 1}}$$

$$= \sqrt{\frac{100}{1}}$$

$= \sqrt{100}$
$= \sqrt{10^2}$
$= \mathbf{10}$

- $H = \dfrac{1}{\sqrt{5}+1} - \dfrac{1}{\sqrt{5}-1}$

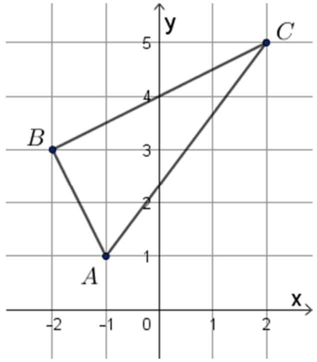
$$= \frac{1 \times (\sqrt{5}-1)}{(\sqrt{5}+1) \times (\sqrt{5}-1)} - \frac{1 \times (\sqrt{5}+1)}{(\sqrt{5}-1) \times (\sqrt{5}+1)}$$
$$= \frac{\sqrt{5}-1}{(\sqrt{5})^2 - (1)^2} - \frac{\sqrt{5}+1}{(\sqrt{5})^2 - (1)^2}$$
$$= \frac{\sqrt{5}-1}{5-1} - \frac{\sqrt{5}+1}{5-1}$$
$$= \frac{\sqrt{5}-1}{4} - \frac{\sqrt{5}+1}{4}$$
$$= \frac{\sqrt{5}-1-(\sqrt{5}+1)}{4}$$
$$= \frac{\sqrt{5}-1-\sqrt{5}-1}{4}$$
$$= \frac{-2}{4}$$
$$= -\mathbf{\frac{1}{2}}$$



Entrainement 02

Dans un repère **orthonormé**, on considère :
$A(-1\,;1)$, $B(-2\,;3)$ et $C(2\,;\,5)$.

Calculer l'aire du triangle ABC.



Corrigé

Stratégie : on va d'abord démontrer que le triangle ABC est rectangle, puis on appliquera la formule donnant l'aire d'un tel triangle.

On est dans un repère orthonormé donc on peut appliquer la formule de la distance :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$
$$AB = \sqrt{(-2+1)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$$
$$BC = \sqrt{16+4} = \sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5} = \sqrt{4} \times \sqrt{5} = \sqrt{2^2} \times \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$
$$AC = \sqrt{3^2+4^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5$$

On a d'une part :

$$AC^2 = 5^2 = 25$$

et d'autre part on a :

$$AB^2 + BC^2 = (\sqrt{5})^2 + (2 \times \sqrt{5})^2 = 5 + 4 \times 5 = 5 + 20 = 25$$

On constate que : $AC^2 = AB^2 + BC^2$ donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore on en déduit que le triangle ABC est rectangle en B.

Donc :

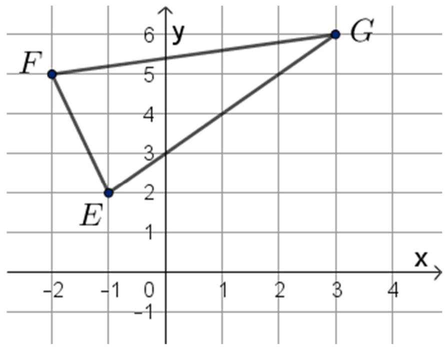
$$\mathcal{A}_{ABC} = \frac{1}{2} \times AB \times BC = \frac{1}{2} \times \sqrt{5} \times 2\sqrt{5} = \frac{1}{2} \times 2 \times (\sqrt{5})^2 = 5$$

On a donc : $\mathcal{A}_{ABC} = \mathbf{5}$.

Entrainement 03

Dans un repère, on considère :
$E(-1\,;2)$, $F(-2\,;5)$ et $G(3\,;\,6)$.

Calculer les coordonnées de H sachant que le quadrilatère $EFGH$ est un parallélogramme.



Corrigé

Le quadrilatère $EFGH$ est un parallélogramme donc les diagonales $[EG]$ et $[FH]$ ont même milieu.

Le milieu I de $[EG]$a pour coordonnées :

$$x_I = \frac{x_E + x_G}{2} = \frac{-1+3}{2} = \frac{2}{2} = 1$$
$$y_I = \frac{y_E + y_G}{2} = \frac{2+6}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

On sait que I est aussi le milieu de $[FH]$ donc :

$$\begin{aligned} x_I &= \frac{x_F + x_H}{2} \\ 1 &= \frac{-2 + x_H}{2} \\ 1 \times 2 &= -2 + x_H \\ 2+2 &= x_H \\ 4 &= x_H \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y_I &= \frac{y_F + y_H}{2} \\ 4 &= \frac{5 + y_H}{2} \\ 4 \times 2 &= 5 + y_H \\ 8-5 &= y_H \\ 3 &= y_H \end{aligned}$$

On a donc : $\boldsymbol{H(4\,;3)}$.

Entrainement 04

Donner la DPFP de $A = 25\,725$ et de $B = 2\,541$. En déduire la DPFP de $C = A \times B$, puis expliquer pourquoi on peut affirmer que C est un carré parfait , c'est-à-dire que C est le carré d'un certain entier naturel que l'on précisera.

Corrigé

25 725	3
8 575	5
1 715	5
343	7
49	7
7	7
1	

2 541	3
847	7
121	11
11	11
1	

La DPFP de A est donc :
$$A = 3 \times 5^2 \times 7^3$$

La PDPF de B est donc :
$$B = 3 \times 7 \times 11^2$$

On a donc :
$$\begin{aligned} C &= 3 \times 5^2 \times 7^3 \times 3 \times 7 \times 11^2 \\ &= 3 \times 3 \times 5^2 \times 7^3 \times 7 \times 11^2 \\ &= 3^2 \times 5^2 \times 7^4 \times 11^2 \\ &= (3 \times 5 \times 7^2 \times 11)^2 \end{aligned}$$

En posant $D = 3 \times 5 \times 7^2 \times 11 = 8\,085$, on a $D \in \mathbb{N}$ et $C = D^2$, ce qui montre que C est un carré parfait.